



大概念：单元整体学习“有迹可循”的引领路径

——以“平行四边形”为例

杜锦雄(广东省广州市南沙潭山中学)

摘要:用“大概念”统领教学,是新课标对一线教师提出的明确要求,更是从强化数学知识向培养数学核心素养转变的有效途径。以“平行四边形”为例进行深层探索,从认知、知识、方法三个维度提出“大概念”统领下初中数学单元整体教学的实践路径,推动新课标理念的落实。

关键词:初中数学;大概念;单元整体学习;路径

文章编号:1002-2171(2024)10-0025-04

学生的学是一个循序渐进的过程,细化至数学单元整体学习,该过程包括认知的整体性同化、知识的系统化解理解、方法的类比化迁移。单元整体学习,顾名思义就是将学科的教学内容以单元为基本单位进行学习,其强调学习内容的整体性,突出实践性,尤其关注知识技能与素养思想的有机融合^[1]。基于单元整体学习的要求,教师要有意识地转变教学理念,从

“以教授者为中心”转化为“以学习者为中心”,应用“大概念”来统领课堂上的“教”与“学”,对初中生的数学学习过程进行整体谋划、系统设计^[2]。通过对“大概念”统领学科单元教学的长期关注,笔者以“大概念”为统领,将碎片化的知识“串”成一个逻辑清晰的系统,以调动学生学习的积极性,促成其深度学习的教学新样态,让初中数学单元整体学习形成“有迹可

采取循序渐进、螺旋上升的习题设计方式,注重层次性、针对性、进阶性,让学生经历从理论到实践、从文字语言到数学语言、从抽象到直观的过渡,逐步培养其数学思维。本节课中,习题设计由浅入深,例题是对去括号法则的实际应用,规范解题格式,明确求解步骤,体会去括号法则用途,巩固合并同类项;辨析题强化括号前的数字因数决定了去括号后各项的系数,抓住关键点,明确易错点,内化知识,培养有条理的思考习惯;课堂练习涉及多种去括号题型,与例题对应,考查学生对课堂知识的掌握情况;课后作业既有去括号的基础题型,又有与绝对值、数轴联系的综合题型,适当拔高,达到了巩固知识的目的。

2.4 探究式教学方式

建构主义理论认为,学生的学习不是别人授予知识的机械接纳,而是学习者积极主动自我建构,在建构过程中要与先前知识和经验相联系^[1]。教学方式要从灌输式到探究式,从“要我学”转变为“我要学”。

本节课中,情境游戏贴近生活,有趣味性,能激发学生的学习兴趣,巩固列代数式,找规律,接着以问题串的形式引出课堂探究重点,进而体会去括号的必要性与可行性。找准学生的最近发展区,搭建合适的脚手架,通过问题启发其可以用字母表示数,整式运算类比迁移有理数运算,将代数式去括号融入数学知识体系中,再结合信息化手段,简化等式验证步骤,便于学生对比去括号前后各项符号的变化,将抽象的知识具体化、形象化。探究过程贯穿研究主线,借助启发式、递进式的问题串,精准的评价与适切的引导,启发学生观察、探究、归纳数学知识,亲历知识的生成、发展、演变过程,积累数学活动经验,树立正确的建模意识,培养“三会”数学素养^[2]。

参考文献:

- [1] 曹连防. 动手实验,自主探索——初中数学实验教学的探索与实践[J]. 中学数学(初中版), 2020(4): 79-81.
- [2] 中华人民共和国教育部. 义务教育数学课程标准(2022年版)[M]. 北京:北京师范大学出版社, 2022.

循”的引领路径。下面分享具体做法。

1 探寻知识本源,实现认知的整体性同化

认知同化理论是美国著名认知心理学家奥苏伯尔于二十世纪七十年代提出的,指新知识的学习过程就是学习者主动从已有认知结构中提取与新知识关联最为密切的旧知识,并加以“固定”或“归属”的一种动态过程。由此,单元整体学习中,教师不能局限于教材的章节内容,更不可采用“叠罗汉”的方式逐个地“讲”,让学生逐个地“背”,而是要聚焦“大概念”,设置进阶式问题,激活学生已有的认知结构,促使其思考探寻新知识与旧知识的本源——“大概念”,从而将碎片化的知识“串”起来,构成逻辑清晰、直观易懂的结构图,为学生领悟数学知识本质、掌握数学思想方法、发展数学核心素养提供一个明确的方向,最大程度消除其对新知识的陌生感,实现认知的整体性同化。

“平行四边形”是人教版教材八年级下册第八章内容,在此之前学生已学过“三角形”,因而在“平行四边形”单元整体学习中,笔者立足这两个单元的知识本源——平面几何,具体体现为定义、特殊情况、特殊化的性质与判定,着眼于两个单元认知结构的高度相似性,围绕三角形,遵循由整及分的原则,从研究路径与研究内容两个维度设置进阶式问题串。具体如下:

问题 1:上册我们系统研究了三角形,研究路径是什么呢?

问题 2:“三角形”一章中,我们遇到两种特殊的三角形,它们分别是什么呢?

问题 3:等腰三角形是怎样由任意三角形演变而来的?(边特殊化)

问题 4:研究等腰三角形的路径是什么?(概念—性质—判定)

问题 5:我们是从哪几个方面研究等腰三角形的性质的?它们各有哪些特性?(边、角、对角线、对称性)

温故而知新。借助上述问题,引导学生有条不紊地回顾“三角形”单元的研究历程,激活研究三角形、等腰三角形的经验,通过组内讨论、组间交流、师生探讨,绘制“三角形”单元的逻辑结构图(如图 1),让学生的思维有方向、有起点,同时点拨他们用几何图形这一大概念将“三角形”与“平行四边形”串起来,审视

“三角形”单元学习路径,即“生活事实—三角形的概念—三角形的表示—三角形的分类—三角形的性质—等腰三角形的性质—等腰三角形的判定”。至此,教师直接点明:因三角形构成元素的特殊化而聚焦等腰三角形的研究,同化至平行四边形,因四边形构成元素的特殊化而生平行四边形,且由平行四边形构成元素的特殊化而生菱形、矩形、正方形,一定程度上消除学生对“平行四边形”单元的陌生感,进而迅速明确研究的内容——边、角、对角线、对称性,切实体会知识并非孤立的,顺其自然地将“三角形”的认知结构同化至“平行四边形”,从整体的视角学习知识,并初步梳理出学习“平行四边形”单元的基本路径:定义—性质—判定,真正地让数学教学从“碎片化”转向为“结构化”,推动单元整体教学的落实。

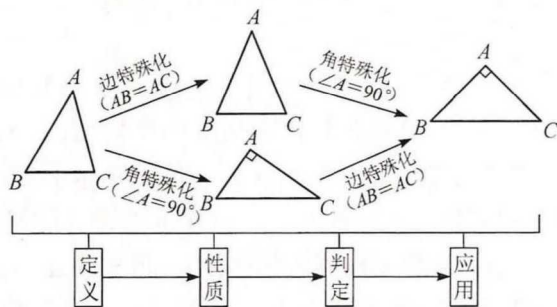


图 1

2 设挑战性任务,指向知识的系统化理解

“会用”是《义务教育数学课程标准(2022 年版)》对初中生提出的新要求。实践证明,从“学知识”转向“用知识”的关键就是挑战性任务,而知识的系统化理解是挑战性学习任务设计的终极目标。因此,初中数学单元整体学习的任务设计应指向知识的系统化理解,为练就数学“慧眼”、发展数学思维、掌握数学语言而服务^[3]。“平行四边形”单元的核心知识分别为“平行四边形的定义”“平行四边形的性质”“平行四边形的判定”“特殊平行四边形”,该单元的单元整体学习任务以情境(某校打算在学校门口建一个如图 2 所示的花坛。现需要将四种不同类型的花卉种植其中,若你是施工人员,会将图 2 抽象成什么图形?)为基石展开,具体如下:

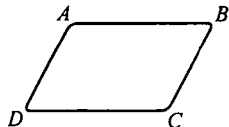


图 2

任务 1 类比等腰三角形定义的归纳过程,给平行四边形下定义

教师:等腰三角形是三角形的特殊化,那么你们

认为平行四边形是由哪种图形特殊化而来的?

学生1:平行四边形是四边形的特殊化。

教师:学习时你会将四边形类比为三角形还是等腰三角形?尝试给四边形下一个定义。

学生2:肯定类比三角形。“不在同一直线上”“三条线段”“首尾顺次相接”是三角形定义的关键词。

学生3:四边形的定义是由不在同一直线上的四条线段首尾顺次相接而组成的图形。

教师:简洁,有逻辑。观察图2,类比等腰三角形的定义,你认为平行四边形定义的关键词是什么?

学生4:对边平行。

教师:观察很到位。那么你能否用一句话给平行四边形下一个定义?

学生5:对边平行……两组对边分别平行的四边形。

教师:对,两组对边分别平行。

学生6:表示花坛的平行四边形可以读作“平行四边形ABCD”,记作 $\square ABCD$ 。

教师:很好,观察细致入微,能精准抓住定义的关键。平行四边形是特殊的四边形。接下来,我们对于要研究的内容肯定了然于胸。

此任务点明“平行四边形”的定义可以类比“等腰三角形”,引导学生主动观察情境中花坛的形状,促使他们练就一双数学的“慧眼”,从平行四边形构成要素之一的“边”进行思考,并尝试用文字语言、符号语言进行表述,一定程度上提升其数学语言表达能力。

任务2 联结 $\square ABCD$ 的对角线,研究平行四边形的性质

教师:类比“等腰三角形”的学习路径,我们接下来要研究平行四边形的性质。

教师:观察图3,一起来说一说平行四边形性质的考虑维度,边、角、顶点……

教师:怎么不说了?(对角线未曾说到)平行四边形的性质有哪些?

学生7:我不知道还有哪个维度,但知道平行四边形对边平行,图3中 $AB \parallel CD, AD \parallel BC$ 。

预设:(1)平行四边形对边相等、对角相等→借助辅助线AC证明 $\triangle ABC \cong \triangle CDA$,同理证明 $\triangle ABD \cong \triangle CDB$ 。

(2)两平行线之间距离相等→如图4,作辅助线

证明 $\triangle ADE \cong \triangle CBF$ 。

(3)对角线互为平分→如何证明?请在练习本上规范书写。

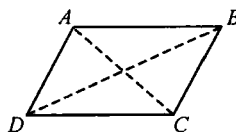


图3

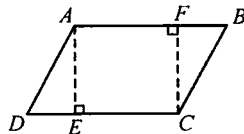


图4

教师:全等三角形已经被同学们冠以姓氏,成为自己的知识。同学们也能够将图形与基础知识有机结合起来,并根据需求作出恰当的辅助线。

此任务按照知识逻辑分为三个子任务,从整体来看是一个由“扶”到“放”的过程。该过程中,就性质而言,学生感受到平行四边形多了关于“对角线”的性质,从心理上将这一性质视为重中之重,同时考虑“如何证明平行四边形性质呢”这个核心问题,深刻地体会到“三角形”与“平行四边形”皆被“几何图形”这一大概概念统领,且它们在特定的环境下是互为基石,是有工具性的,为后续研究平行四边形的判定及其他几何图形提供支架。

任务3 证明平行四边形的判定定理

教师:刚才我们说平行四边形的两组对边分别相等、两组对角分别相等、对角线互为平分,这些性质的逆命题成立吗?

教师:四边形ABCD的对角线AC, BD相交于点O,且 $AO=OC, BO=OD$,说一说你是如何证明四边形ABCD是平行四边形的?

预设:(1)用直尺画出符合题意的四边形ABCD。

(2)证明 $AB \parallel CD$ 且 $AD \parallel BC$ 。

(3)证明 $\angle OAD = \angle OCB$ 。

(4)证明 $\triangle AOD \cong \triangle COB \rightarrow$ 全等三角形的判定定理(SAS)。

教师:对角线互相平分的四边形是平行四边形,刚刚已经证明了,接下来你能否证明两组对边分别相等的四边形是平行四边形?能否证明两组对角分别相等的四边形是平行四边形?(规范书写证明过程)

此任务充分尊重学生的认知规律,让其通过自由探索画出符合题意的几何图形,针对命题的结论进行逆向推理,从中领悟平行四边形定义中关键词语之中的关键——两组对边分别平行,深刻认识到定义的学习不能止步于“知道”,而是要学会“用”,且灵活地用。

任务4 研究特殊的平行四边形——矩形、菱形



和正方形

教师:如图1所示,对 $\triangle ABC$ 而言,边特殊化可以得到等腰三角形,角特殊化可以得到直角三角形。无论等腰三角形角特殊化($\angle A=90^\circ$)还是直角三角形边特殊化($AB=AC$),都能够得到等腰直角三角形。那么,对于平行四边形,你还想知道什么?

预设:(1)对 $\square ABCD$ 而言,角特殊化($\angle A=\angle B=\angle C=\angle D=90^\circ$),得到四边形 $ABCD$ 是哪一种几何图形?进一步边特殊化($AB=BC=CD=DA$),得到的四边形 $ABCD$ 是什么图形?

(2)对 $\square ABCD$ 而言,边特殊化($AB=BC=CD=AD$),得到四边形 $ABCD$ 是哪一种几何图形?进一步特殊化($\angle A=\angle B=\angle C=\angle D=90^\circ$),得到的四边形 $ABCD$ 是什么图形?

教师:问得准,问得深。通过动手操作,我们知道特殊的平行四边形可以是矩形、菱形,也可以是正方形。

教师:矩形、菱形及正方形都是特殊的平行四边形。从性质而言,你认为矩形、菱形及正方形的两条对角线的关系是什么?如何证明矩形、菱形及正方形两条对角线的关系?你认为矩形、菱形及正方形的判定定理是什么?并加以证明。

此任务聚焦学生已有的知识结构,借助他们关于“三角形”的特殊演变,即三角形 $\rightarrow$ 等腰三角形(直角三角形) $\rightarrow$ 等腰直角三角形,促使其感知平行四边形的特殊演变——平行四边形 $\rightarrow$ 矩形(菱形) $\rightarrow$ 正方形,点拨学生从性质与判定两方面对矩形、菱形及正方形进行研究。

用情境架起一座已知与未知之间的桥梁,筑起一条学习路径。注重发挥数学对象研究“一般观念”的引领作用,引导学生构建学习主线:事实—定义、分类—性质—特例(性质和判断)—联系—运用。在学习路径的两个点之间,引导学生链接素养发展,体现数学学科本质和素养目标。“事实—概念”指向抽象能力和几何直观的培养;“概念—性质—联系”指向学生推理能力和运算能力的培养;“概念、性质、结构—应用”指向学生模型观念和数据观念的培养。通过创设真实情境、设置挑战性任务、设计驱动问题,让学生明确学习路径,达成知识的系统理解,为“会用”奠定扎实的基础。

3 提炼数学思想,指引方法的类比化迁移

数学思想是对数学知识与思维方法更高层次的

抽象和概括,因其具有内隐性、概括性、层次性,学生常常难以精准提炼,需要有意识地进行方法的类比迁移。那么,方法如何类比化迁移呢?除了要经历数学知识的形成、发展和应用之外,还需要问题引领,在问题驱动下去思、去想、去悟。因此,基于“大概念”的数学单元整体学习不能仅仅着眼于“串”零散知识,而要点拨学生透过现象看本质,从整体视角出发提炼知识中蕴含的思想,让数学思维从低阶发展为高阶,更重要的是指引学生完成方法的类比迁移,构建知识与思想统一的数学单元整体课堂。

面对“研究特殊的平行四边形——矩形、菱形和正方形”这一任务,教师提出的引导性问题是:(1)等腰直角三角形的研究路径是什么?(2)一开始,我们预判的平行四边形的研究路径是什么?(3)预判平行四边形研究路径的依据是什么?(4)矩形、菱形和正方形被统称为特殊平行四边形,那么你能预判矩形、菱形、正方形的研究路径吗?……这些能促使学生探寻数学知识的同源,明确知识之间的关联,也能指引他们将研究三角形、平行四边形的方法类比迁移到矩形、菱形和正方形,一定程度上放飞学生的思维,聚焦大概念,预判“几何图形”研究的基本路径:概念 $\rightarrow$ 性质 $\rightarrow$ 判定,实现串点为线,连线为面,真正落实单元整体的学习。

以“大概念”为统领,从整体视角出发,引导学生经历数学知识完整的、符合逻辑的研究过程,促使他们将零散的知识“串”成条理清晰的“知识链”,让深度学习真正发生。为确保单元整体学习的质量,教师需要站在系统高度,认识知识之间的关联,明确学习路径,积累研究方法,实现类比迁移。教师要不断地深入探索与实践,积极应用大概念,激发学生探索,帮助他们建构数学知识体系^[4],促进高阶思维发展,实现深度学习,提升数学素养,进而实现从“学会”到“会学”再到“会用”的跨越。

参考文献:

- [1] 孔善友.“大概念”统领:“进阶学习”理念下的教学策略[J]. 数学教学通讯(上旬),2022(7):24-25.
- [2] 斯海霞,叶立军.大概念视角下的初中数学单元整体教学设计——以函数为例[J]. 数学通讯,2021,60(7):23-28.
- [3] 王惠.基于学科“大概念”的初中数学教学[J]. 教学与管理(上旬),2021(8):64-66.
- [4] 许洁.立足“大概念”,推促初中生数学深度学习[J]. 数学教学通讯(中旬),2022(2):38-39.